

Renditeberechnung für Bundeswertpapiere

Bei der Berechnung der Rendite festverzinslicher Wertpapiere werden die zu verschiedenen Zeitpunkten vorgenommenen Zahlungen (Kaufpreis – einschließlich Stückzinsen –, regelmäßige Zinszahlung, Rückzahlung) miteinander in Bezug gesetzt. Dies wird dadurch erreicht, dass alle Zahlungen auf **einen** Zeitpunkt, gewöhnlich den Kauftermin, bezogen werden. Mit anderen Worten, alle zukünftigen Leistungen (Zinsausschüttungen und Rückzahlungen) werden auf den Kauftermin abgezinst und dem Kaufkurs gleichgesetzt. Der Zinssatz, mit dem abgezinst wird, ist der Effektivzinssatz (Rendite). Die Berechnung der Stückzinsen bzw. Zinsen erfolgt seit 1.1.1999 taggenau (actual/actual).

Mit Hilfe der Zinseszinsrechnung lässt sich somit die Rendite für festverzinsliche Wertpapiere mit jährlicher Zinszahlung und einer Laufzeit von n Jahren wie folgt ermitteln:

$$(1) \quad C = \frac{p}{q} + \frac{p}{q^2} + \dots + \frac{p}{q^n} + \frac{R}{q^n}$$

Hierin bedeuten: C = Kaufpreis (einschließlich Stückzinsen) in %

p = Nominalzinssatz in %

n = Laufzeit in Jahren

R = Rückzahlungskurs in %

$\frac{1}{q}$ = Abzinsungsfaktor (Diskontierungsfaktor)

$$\left[\frac{1}{q} = \frac{1}{1+p'} \right]$$

p' = Rendite in %

Die Ausdrücke $\frac{p}{q}, \frac{p}{q^2}$ usw. in Formel (1) sind die abgezinsten (diskontierten) Zinsausschüttungen (Barwerte der Zinsausschüttungen).

Formel (1) lässt sich vereinfachen zu

$$(2) \quad C = p \left[\frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^n} \right] + \frac{R}{q^n} = p \frac{q^n - 1}{q^n (q - 1)} + \frac{R}{q^n}$$

Der Ausdruck $\frac{q^n - 1}{q^n (q - 1)}$ ist der Rentenbarwertfaktor a_n .

Mit dem Rentenbarwertfaktor a_n lässt sich (2) schreiben als

$$(3) \quad C = p \cdot a_n + \frac{R}{q^n}$$

Zur Berechnung der Rendite muss Formel (3) nach der Rendite p' aufgelöst werden. Dies ist für eine Laufzeit von mehr als 4 Jahren nicht mehr möglich. Die Rendite wird deshalb für alle Wertpapiere nach Formel (3) iterativ ermittelt, d.h. es wird zunächst ein Schätzwert für die Rendite angenommen und in die Formel eingesetzt. Der so errechnete Wert für die rechte Seite der Gleichung wird vom tatsächlichen Wert noch abweichen. Deshalb wird der Schätzwert der Rendite geringfügig verändert und erneut in die Formel eingesetzt. Diese schrittweise Annäherung an den tatsächlichen Wert der Rendite wird so lange fortgesetzt, bis beide Seiten der Gleichung bis auf eine vorgegebene Genauigkeit übereinstimmen.

Renditeberechnung für Bundesschatzbriefe

Bei den Bundesschatzbriefen sind die jährlich auflaufenden Zinsen untereinander nicht ihrer Höhe nach gleich. Daher kann zur Bestimmung des Barwertes aller Zinsbeträge der Rentenbarwertfaktor nicht herangezogen werden; die Zinszahlungen müssen einzeln abgezinst werden.

Typ A

Zur Bestimmung der Rendite des Bundesschatzbriefes Typ A werden die Barwerte aller Auszahlungen (d. s. Rückzahlungswert und Zinszahlungen) und der Kaufpreis gleichgesetzt. Dies führt zu folgender Formel:

$$(4) \quad C = \frac{p_1}{q} + \frac{p_2}{q^2} + \frac{p_3}{q^3} + \frac{p_4}{q^4} + \frac{p_5}{q^5} + \frac{p_6}{q^6} + \frac{R}{q^6}$$

Darin bedeuten: C = Kaufpreis (Nennwert ± Stückzinsen) in %

R = Rückzahlungswert (= 100) in %

$p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6$ = Zinssatz des 1., 2., 3., 4., 5. und 6. Jahres

$\frac{1}{q}$ = Abzinsungsfaktor (Diskontierungsfaktor)

$$\left[\frac{1}{q} = \frac{1}{1+p'} \right]$$

p' = Rendite in %

Mit dieser Formel wird die Rendite p' iterativ (durch schrittweise Annäherung) mit Hilfe eines Computerprogramms berechnet.

Typ B:

Beim Bundesschatzbrief Typ B werden die Zinsen angesammelt. Deshalb muss hier nur der Barwert des Rückzahlungswertes dem Kaufpreis gleichgesetzt werden. Die Formel für die Berechnung der Rendite vereinfacht sich in diesem Fall zu

$$(5) \quad C = \frac{R}{(1+p')^n}$$

[R = Rückzahlungswert, also R = 100 + angesammelte Zinsen und Zinseszinsen, n = Laufzeit in Jahren, C, p' wie bei (4)].

Aus (5) folgt durch Umformung

$$(6) \quad p' = (\text{Rendite in \%}) = \left(\sqrt[n]{\frac{R}{C}} - 1 \right)$$

d.h. für den Bundesschatzbrief Typ B kann die Rendite auf direktem Wege berechnet werden.

Renditeberechnung für Finanzierungsschätze

Die Rendite für Finanzierungsschätze wird in gleicher Weise berechnet wie die Rendite für Bundesschatzbriefe Typ B, nämlich nach Formel (6)

$$p' = \left(\sqrt[n]{\frac{R}{C}} - 1 \right)$$

wobei C = Kaufpreis und R = Einlösungswert (Nennwert) bedeuten.

Finanzierungsschätze werden ab dem 1. Geschäftstag des jeweiligen Ausgabemonats verkauft, der Laufzeitbeginn der Ausgabe ist in der Regel der 20. des Ausgabemonats. Für die Berechnung des Kaufpreises wird die Laufzeit in „theoretische einjährige Kuponjahre“ aufgeteilt, wobei die Anzahl der Tage taggenau (actual/actual) ermittelt wird. Bei Kauf vor dem Laufzeitbeginn wird ein „0 Kuponjahr“ betrachtet. Liegt der Kaufzeitpunkt vor oder nach dem Laufzeitbeginn, muss bei der Ermittlung des Kaufpreises berücksichtigt werden, ob das Kuponjahr, in dem der Kauf liegt, ein Schaltjahr ist (Basis = 366 Tage) oder nicht (Basis = 365 Tage).